

Simulação de um escoamento bifásico óleo-água em reservatório de petróleo**Simulation of a two-phase oil-water flow in oil reservoir**

Recebimento dos originais: 03/02/2019

Aceitação para publicação: 14/03/2019

Társis Baia Fortunato

Mestre em Engenharia Química pela Universidade Federal de Espírito Santo

Instituição: Universidade Federal de Espírito Santo

Endereço: Rua Alto Universitário, S/N - Guararema, Alegre – ES, Brasil

E-mail: tarsis.bf@hotmail.com

Julio Cesar Sampaio Dutra

Doutor em Engenharia Química pela Universidade Federal do Rio de Janeiro

Instituição: Universidade Federal de Espírito Santo

Endereço: Rua Alto Universitário, S/N - Guararema, Alegre – ES, Brasil

E-mail: juliosdutra@yahoo.com.br

Wellington Betencurte da Silva

Doutor em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro

Instituição: Universidade Federal de Espírito Santo

Endereço: Rua Alto Universitário, S/N - Guararema, Alegre – ES, Brasil

E-mail: wellingtonufes@gmail.com

RESUMO

Este trabalho aborda uma metodologia numérica para a simulação de escoamento bifásico imiscível em meios porosos no contexto de reservatório de petróleo para óleo e água. As Equações Diferenciais Parciais (EDP) de natureza acoplada que modelam o escoamento são manipuladas, de forma a se obter um sistema segregado de equações. A metodologia empregada faz uso de um esquema de solução que resolve o campo pressão implicitamente e o campo de saturação explicitamente, sendo que estes campos são acoplados por um termo de velocidade. Uma vez definidas as formulações matemáticas, o método de Volumes Finitos é utilizado para discretizar as equações. Com a implementação das rotinas computacionais em SCILAB, os resultados de simulação são consistentes e estão de acordo com a literatura.

Palavras-chave: Escoamento bifásico, Simulação numérica, Volumes Finitos.

ABSTRACT

This work addresses a numerical methodology for the simulation of two - phase immiscible flow in porous media in the context of oil reservoir for oil and water. The Partial Differential Equations (EDP) of coupled nature that model the flow are manipulated, in order to obtain a segregated system of equations. The methodology used makes use of a solution scheme that solves the pressure field implicitly and the saturation field explicitly, and these fields are

coupled by a velocity term. Once the mathematical formulations are defined, the Finite Volume method is used to discretize the equations. With the implementation of the computational routines in SCILAB, the simulation results are consistent and in agreement with the literature.

Key words: Biphasic flow, Numerical simulation, Finite volumes.

1 INTRODUÇÃO

Os primeiros simuladores de reservatório de petróleo nasceram na década dos anos 50 do século passado, quando indústrias petrolíferas concentraram esforços em pesquisa para acoplar análise numérica e os computadores da época. A motivação destas pesquisas continua sendo o planejamento das atividades de produção com base na projeção da simulação (Cordazzo, 2006). Esses simuladores utilizam modelos que são baseados na equação da continuidade e a lei de Darcy. Dentre os modelos conhecidos, uma modelagem bastante difundida é a de Peaceman (1977). Esse modelo permite o uso de métodos especializados capazes de explorar as particularidades matemáticas de cada equação, como a diferença na discretização em equações diferenciais parciais elípticas, hiperbólicas e parabólicas. Os modelos são formados por conjuntos de equações diferenciais parciais que, em sua maioria, não possuem solução analítica, sendo então solucionados por meio de métodos numéricos.

Os métodos numéricos utilizados para a resolução das equações que descrevem o escoamento em reservatórios geralmente são: Diferenças Finitas, Volumes Finitos e Elementos Finitos. Dentre estes métodos, a característica de conservação de grandezas físicas pelo método de Volumes Finitos o torna atrativo. Este método possui inúmeras variações, algumas delas são caracterizadas pela disposição espacial e quantidade de volumes de controle utilizados no balanço da grandeza. Em simulações de reservatório de petróleo, uma técnica que faz os balanços apenas entre dois volumes discretos, é conhecida como *two point flux approximation (TPFA)* (Aarnes et al., 2007). A técnica TPFA é utilizada para discretização da equação difusiva da pressão. A equação da saturação, que tem caráter advectivo, é discretizada com a técnica *upwind*, a qual visa evitar o aparecimento de oscilações numéricas com uma fórmula sensível ao sentido de fluxo (Maslika, 2004). Ambas as técnicas, geralmente são utilizadas em malhas estruturadas.

Estes métodos numéricos são associados a diferentes esquemas de solução, que permitem explorar alguns fatores como discretização, implementação computacional e integração no tempo. Na simulação de reservatórios de petróleo, existem algumas variações

destes esquemas, como as técnicas conhecidas como IMPES (*implicit in pressure and explicit in saturation*) e SS (solução simultânea). O IMPES é um esquema que tem o objetivo de obter uma melhor estabilidade, sem implicar em elevado custo computacional.

Neste contexto, o presente artigo aborda a simulação de escoamento em meio poroso, utilizando a técnica TPFA para discretizar os termos difusivos e a técnica *upwind* para discretizar os termos advectivos, ambos em malha estruturada. O esquema de solução adotado é o método IMPES, sendo que a simulação foi implementada no *software* SCILAB.

2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O modelo matemático, encontrado em Peaceman (1977), que descreve o escoamento imiscível de duas fases em reservatório de petróleo, é mostrado nas Equações 1 e 2. A Equação 1 é denominada Equação da Pressão, e a Equação 2 é denominada Equação da Saturação. Essa formulação é caracterizada como segregada, pois é obtido um sistema de equações que é resolvido da seguinte forma: primeiramente, o campo de pressão é solucionado e, posteriormente, o campo de saturação, sendo que esses dois campos são acoplados por meio de uma equação de velocidade.

$$\nabla \cdot (-\lambda_T K \nabla p) = Q \quad (1)$$

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = -\nabla \cdot f_w v + Q_w \quad \dots(2)$$

Nestas representações, λ_T , é a mobilidade total, que é função das mobilidades das fases λ_i . O fluxo fracional da água é representado por f_w . A relação entre essas variáveis é descrita nas Equações 3 a 5. O termo K é a permeabilidade absoluta, S_w a saturação da água, sendo que $S_w + S_n = 1$. Este trabalho adotou subscrito w para a fase molhante (água), e n para não-molhante (óleo). Na Equação 1, $Q = Q_w + Q_n$ é injeção total.

$$\lambda_i = \frac{k_{ri}}{\mu_i} \quad (3)$$

$$\lambda_T = \lambda_o + \lambda_w \quad (4)$$

$$f_w = \lambda_w / \lambda_T \quad (5)$$

As permeabilidades relativas, k_{ri} , e as saturações das fases são relacionadas através das seguintes expressões encontradas em Carvalho (2005):

$$k_{rw}(S_w) = \left(\frac{S_w - S_{rw}}{1 - S_{rw} - S_{rn}} \right)^2 \quad (6)$$

$$k_{rn}(S_w) = \left(\frac{1-S_w-S_{rw}}{1-S_{rw}-S_{rn}} \right)^2 \quad (7)$$

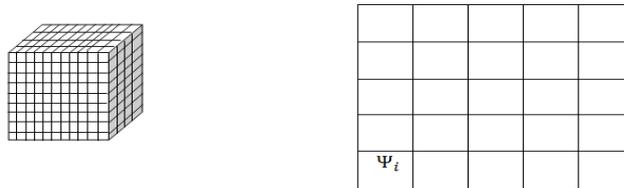
Nas Equações 6 e 7, S_{rn} e S_{rw} são as saturações residuais do óleo e água respectivamente. O termo de acoplamento utilizando a velocidade, é dado pela Equação 8:

$$\nabla \cdot v = Q \quad (8)$$

2 FORMULAÇÃO NUMÉRICA

Para a simulação de reservatórios de petróleo, é necessário um espaço físico para o escoamento ter sentido e, do mesmo modo, a criação de volumes discretos neste domínio para a aplicação do método de Volumes Finitos. Então, no desenvolvimento do método numérico, pode-se definir que o domínio Ψ é composto por finitas células da malha denotadas por Ψ_i . (Figura 1). Ao se tratar da malha, as características dos fluídos e da rocha são de extrema importância. Na simulação numérica deste trabalho, utiliza-se uma abordagem macroscópica, onde as propriedades são consideradas contínuas em todo o domínio.

Figura 1 – Geometria da Malha



2.1 DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DA PRESSÃO

Para obter um conjunto de equações discretas que determinam o campo de pressão de um reservatório denotado por Ψ , com células de malha denominadas Ψ_i , aplica-se o método de Volumes Finitos TPFA na Equação 1. O resultado da discretização é mostrado na Equação 9. O termo de transmissibilidade, T_{ij} , é dado pela Equação 10.

$$\sum_i T_{ij}(p_i - p_j) = Q \quad (9)$$

$$T_{ij} = 2K \left(\frac{d_i}{\lambda_{T_i}} + \frac{d_j}{\lambda_{T_j}} \right) A_{ij} \quad (10)$$

Na Equação 10, A_{ij} é a área da interface entre a célula i e a célula $j=i+1$, d_i e d_j representam a dimensão da coordenada discretizada no respectivo volume de controle.

2.2 EQUAÇÃO DA SATURAÇÃO

Tomando a equação da Saturação, integrando no volume de cada célula da malha e utilizando a regra trapezoidal (θ -rule) para a discretização temporal, obtém-se a discretização do campo de saturação:

$$\frac{\phi}{\Delta t} (S_w^{k+1} - S_w^k) = -\frac{1}{|\Psi_i|} \sum (\theta F_{ij}^{k+1} + (1 - \theta) F_{ij}^k) + Q_w \quad (20)$$

onde o termo $F_{ij}^{k+1} = \int_{\Psi_i} f_w v_i \cdot n_{ij} \partial s$

Como se injeta somente água, Aarneset *al.* (2007) propõem para o termo Q_w , a seguinte relação, $Q_w = Q^+ + f_w Q^-$. Nesta representação, Q^+ indica o fluxo que é injetado, e intuitivamente Q^- é o fluxo que deixa o volume de controle. Inserindo esta relação na Equação 20, rearranjando os termos, e fazendo $\theta = 0$, obtém-se a Equação 21.

$$S_w^{k+1} = S_w^k + \frac{\Delta t}{\phi |\Psi_i|} (Q^+ - \sum_j F_{ij}^k + f_w Q^-) \quad (21)$$

3 ESQUEMA DE SOLUÇÃO: IMPES

Este método objetiva uma melhor estabilidade da solução, sem implicar em elevado custo computacional. Porém, uma desvantagem está na solução explícita da Equação de Saturação. Essa solução é dependente do passo no tempo, de modo que uma escolha errada pode ocasionar oscilações e, até mesmo, não convergir. Em vista disto, deve ser estabelecida uma condição de estabilização. Aarneset *al.* (2007) apresentaram uma condição de estabilização com dependência somente da velocidade. Dessa forma, a condição é atualizada somente mediante a um novo campo de pressão. A Equação 22 mostra a função deste passo no tempo para a solução da Equação de Saturação.

$$\Delta t \leq \frac{\phi |\Psi_i|}{\max(Q^+) - \sum_j \min(v_{ij}, 0) \max(f_w'(s))} \quad (22)$$

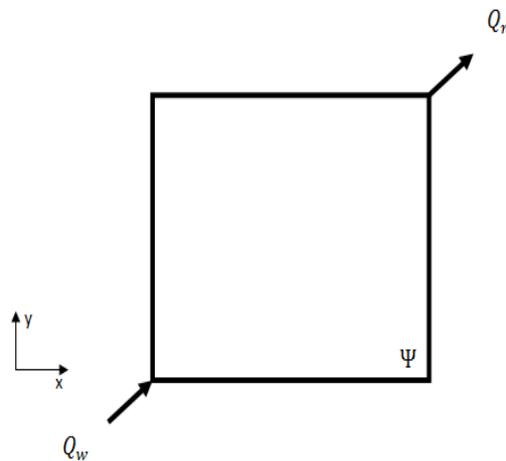
onde o termo $f_w'(s) = \frac{1}{1 - S_{rw} - S_{rn}} \frac{\partial f}{\partial k_{rw}}$

4 EXEMPLO

Este exemplo considera o escoamento bifásico imiscível óleo-água em um meio poroso homogêneo, isotrópico e bidimensional. Este problema foi adaptado de Carvalho (2005), cujo trabalho considerava um meio heterogêneo. Este exemplo é uma abordagem do clássico

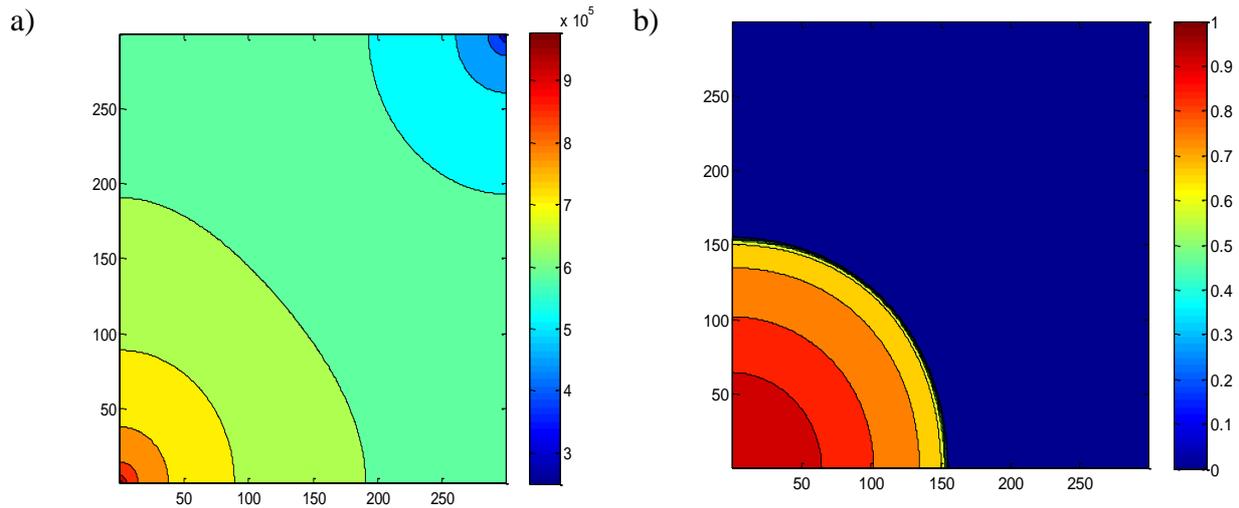
problema de 1/4 de poço. O escoamento em meio poroso acontece em uma região de baixa permeabilidade entre o poço injetor e produtor. As saturações residuais foram consideradas como nulas. A viscosidade da água e óleo são, respectivamente, $\mu_w = 0.001 \text{ kg/m} \cdot \text{s}$ e $\mu_n = 0.001 \text{ kg/m} \cdot \text{s}$. A porosidade é constante em todo o domínio, $\phi = 0.2$. A permeabilidade é um tensor diagonal, $K = 10^{-7} [I] \text{ m}^2$. As condições de contorno nos poços injetor e produtor são $P_{\text{injetor}} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Pa}$ e $Q_{\text{produtor}} = -10.368 \text{ m}^3/\text{dia}$ respectivamente. A geometria é um quadrado de lado igual 300 metros. A Figura 2 mostra a geometria adotada para o problema. A implementação do código para obtenção da simulação foi feita no *software* SCILAB. A malha foi discretizada com 300 células.

Figura 2 – Geometria do Problema.



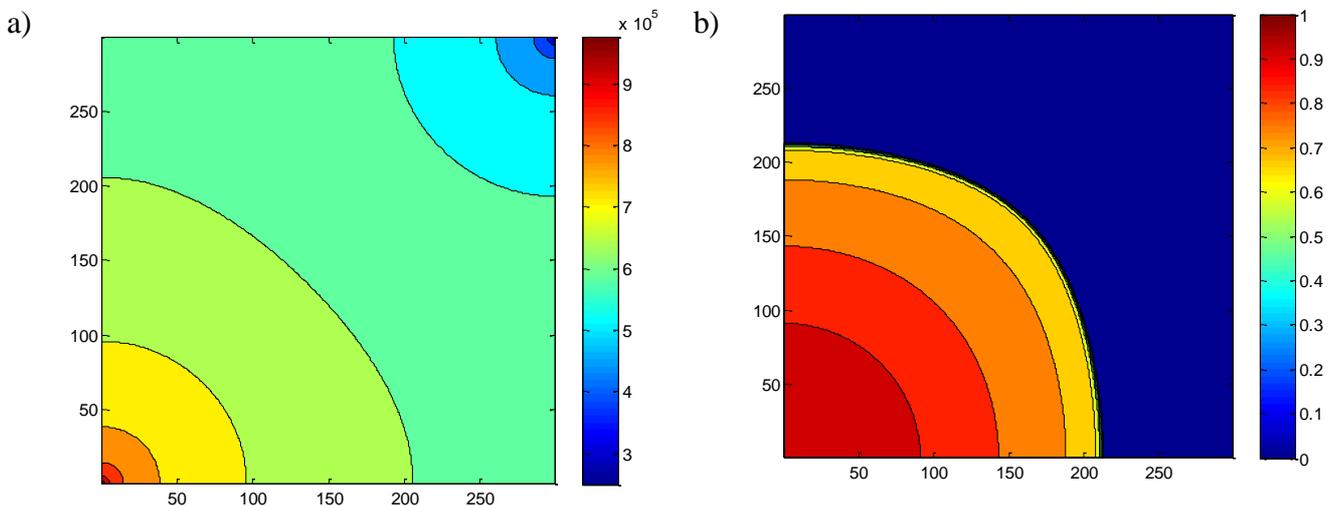
A Figura 3.a mostra o resultado do campo de pressão obtido com a técnica TPFA para um tempo 300 dias de produção, em uma malha estruturada com 300 células. A mesma configuração de tempo e células foi utilizada para obter o Perfil de Saturação mostrado na Figura 3.b.

Figura 3 – a) Campo de Pressão com tempo de simulação de 300 dias. b) Perfil de Saturação com tempo de simulação de 300 dias.



Para mostrar o desenvolvimento tanto do Campo de Pressão, quanto do Perfil de Saturação, foi simulado o comportamento de 1/4 de poço para o tempo de 600 dias. Na Figura 4.a, percebe-se um pequeno aumento da pressão em algumas zonas. No Perfil de Saturação mostrado pela Figura 4.b, percebe-se que a frente de saturação perde o aspecto circular, tendendo a uma forma oval, que aponta para o poço de produção, além de um pequeno avanço na saturação por água.

Figura 4 – a) Campo de Pressão com tempo de simulação de 600 dias. b) Perfil de Saturação com tempo de simulação de 600 dias.



5 CONCLUSAO

Este artigo estudou a solução numérica do problema de escoamento bifásico em um reservatório de petróleo. Utilizando técnicas adequadas para cada tipo de equação, foi possível realizar a simulação da produção de óleo, com resultados consistentes que estão de acordo com a literatura.

REFERÊNCIAS

AARNES, J., GIMSE, T., LIE, K.A.: An introduction to the numerics of flow in porous media using Matlab. Springer Berlin Heidelberg, 2007.

CARVALHO, D. K. Uma Formulação do Método dos Volumes Finitos com Estrutura de Dados por Aresta para a Simulação de Escoamentos em Meios Porosos. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - UFPE, Recife, 2005.

CORDAZZO, J. Simulação de Reservatórios de Petróleo Utilizando o Método EbFVM e Multigrid Algébrico. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - UFSC, Florianópolis, 2006.

MALISKA, C. R. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional. 2ª. Edição. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2004.

PEACEMAN, D. Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation. Amsterdam: Elsevier, 1977.