

Extratos históricos e a tradição do uso de livros-textos no ensino de cálculo no Brasil

Historical extracts and the tradition of the use of textbooks in the teaching of calculus in Brazil

DOI:10.34117/bjdv8n8-076

Recebimento dos originais: 21/06/2022

Aceitação para publicação: 29/07/2022

Marília Maia Moreira

Mestre em Educação

Instituição: Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA)

Endereço: Av. da Universidade, S/N, Sobral - CE

E-mail: marilia.maiamm@gmail.com

Davi Ribeiro dos Santos

Mestre em Matemática

Instituição: Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA)

Endereço: Av. da Universidade, S/N, Sobral - CE

E-mail: davirs@live.com

Tiago Camelo Sousa

Especialista em educação

Instituição: Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA)

Endereço: Av. da Universidade, s/n, Sobral - CE

E-mail: tiago_camelo@uvanet.br

RESUMO

O objetivo deste trabalho é descrever a evolução histórica do ensino de Cálculo no ensino superior brasileiro, através da análise e comparação de livros-textos desta área do conhecimento. Para isso, contou-se como problemática deste trabalho o seguinte: historicamente, como era abordado o ensino de Cálculo no nível superior no Brasil, através dos livros-textos desta área do conhecimento? A metodologia utilizada foi pautada em uma pesquisa bibliográfica com consulta a documentos, decretos, leis e trabalhos acadêmicos que falassem sobre o tema. No trabalho foi abordado a história e tradição da utilização de livros-textos de Cálculo no Brasil, além de fazer uma Breve retrospectiva do Ensino de Cálculo no Ensino Superior Brasileiro do século XIX aos dias atuais, comparando o ensino de Cálculo na Universidade Federal do Rio de Janeiro e na Universidade de São Paulo. Logo depois, faz uma comparação entre livros-textos adotados ou traduzidos e as abordagens dos conceitos de Cálculo nas duas principais instituições de ensino superior do Brasil entre 1808 a 1932; e faz análises de amostras de livros-textos de Cálculo adotados nas Instituições de Ensino Superior Brasileira da atualidade. Como conclusões chegou-se que o livro-texto é um elemento essencial e importante na construção do conhecimento matemático e a preocupação quanto ao tratamento didático é de fundamental importância para sua produção e na aprendizagem dos alunos que se debruçam na aprendizagem desta área do conhecimento.

Palavras-chave: extratos históricos, livro-texto, ensino de cálculo.

ABSTRACT

The objective of this work is to describe the historical evolution of the teaching of Calculus in Brazilian higher education, through the analysis and comparison of textbooks in this area of knowledge. For this, the following was considered as a problem in this work: historically, how was the teaching of Calculus at the higher level in Brazil, through textbooks in this area of knowledge? The methodology used was based on a bibliographic research with consultation of documents, decrees, laws and academic works that spoke about the subject. In the work, the history and tradition of the use of Calculus textbooks in Brazil was approached, as well as a brief retrospective of the Teaching of Calculus in Brazilian Higher Education from the 19th century to the present day, comparing the teaching of Calculus at the Federal University of Rio de Janeiro. de Janeiro and at the University of São Paulo. Soon after, it makes a comparison between textbooks adopted or translated and the approaches to the concepts of Calculus in the two main institutions of higher education in Brazil between 1808 and 1932; and analyzes samples of Calculus textbooks adopted in current Brazilian Higher Education Institutions. As conclusions, it was reached that the textbook is an essential and important element in the construction of mathematical knowledge and the concern about the didactic treatment is of fundamental importance for its production and in the learning of students who focus on learning this area of knowledge.

Keywords: historical extracts, textbook, teaching calculus.

1 INTRODUÇÃO

Sabe-se que o índice de reprovação na disciplina de Cálculo ainda é alto, tal como aponta Costa Neto (2022), quando este pesquisador afirma que os alunos chegam à universidade com uma preocupação sobre o conteúdo formal de Cálculo diante da bagagem conceitual deficiente que eles trazem do ensino básico.

Isso corrobora com o que Hauenstein e Porto (2022) apresentam em seu trabalho, no qual eles dizem que “a viabilidade de que os conteúdos do ensino médio sejam trabalhados de forma integrada com conceitos introdutórios do cálculo, dessa forma, suavizando a transição para o ensino superior” (p. 26659).

A disciplina de Cálculo é altamente carregada de simbolismo e formalismo. Isso pode ser percebido pelos seus livros textos que se propõem a ensinar este conteúdo, mas que tem seu histórico de uso.

O livro-texto costuma ser um dos produtos educacionais que amparam o ensino e aprendizagem de qualquer área do saber humano. Ele é de fundamental importância na construção do conhecimento, e quando se trata de uma área como a Matemática, em específico, o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, ou simplesmente Cálculo, é de fundamental importância que seus conceitos sejam abordados de forma mais didática possível.

Este artigo é um produto de um capítulo de dissertação que foi defendida por Moreira (2014), primeira autora deste artigo, e que traz em seu primeiro capítulo extratos da história da utilização de livros-textos de Cálculo que foram usadas pelas instituições de ensino superior brasileira, desde a chegada da família Real Portuguesa em 1808 até os últimos anos do século XX.

Para isso, contou-se como problemática deste trabalho o seguinte: historicamente, como era abordado o ensino de Cálculo no nível superior no Brasil, através dos livros-textos desta área do conhecimento?

Na tentativa de responder a esta pergunta, o objetivo deste trabalho é descrever a evolução histórica do ensino de Cálculo no ensino superior brasileiro, através da análise e comparação de livros-textos desta área do conhecimento.

Além da introdução e conclusões, este artigo conta com seguinte estrutura, em um só tópico será abordado a história e tradição da utilização de livros-textos de Cálculo no Brasil, além de fazer uma Breve retrospectiva do Ensino de Cálculo no Ensino Superior Brasileiro do século XIX aos dias atuais, comparando o ensino de Cálculo na Universidade Federal do Rio de Janeiro e na Universidade de São Paulo. Logo depois, faz análises de amostras de livros-textos de Cálculo adotados nas Instituições de Ensino Superior Brasileira.

2 HISTÓRIA E TRADIÇÃO DE LIVROS-TEXTOS DE CÁLCULO NO BRASIL

Este tópico descreve, sinteticamente, extratos da história do ensino de Cálculo no Brasil enfatizando os principais acontecimentos para a ocorrência do ensino de Matemática. Como elementos importantes para essa descrição, falar-se-á sobre as duas principais instituições de ensino superior do país do século XIX aos dias atuais: a Universidade Federal do Rio de Janeiro e a Universidade de São Paulo.

Ainda versará sobre a tradição no uso de livros-textos utilizados nessas instituições de ensino superior. O objetivo do capítulo é entender a problemática do ensino dessa disciplina no contexto da pesquisa, inserindo o tema em seu cenário histórico.

2.1 BREVE RETROSPECTIVA DO ENSINO DE CÁLCULO NO ENSINO SUPERIOR BRASILEIRO DO SÉCULO XIX AOS DIAS ATUAIS

Para se entender a configuração do ensino de Cálculo, atualmente, nos cursos de graduações das universidades brasileiras nas áreas de engenharias, ciências exatas e da

natureza (tanto em nível de bacharelado como de licenciatura), nas ciências administrativas, entre outros ramos em que o Cálculo se aplica, tem-se que, primeiramente, retroceder dois séculos na história do país para descrever a introdução do ensino superior no Brasil realizado através de implantação de duas instituições de ensino que, atualmente, tem notoriedade nacional, os quais foram: a **Universidade Federal do Rio de Janeiro** e a **Universidade de São Paulo**.

Vale ressaltar que essas duas instituições, a **Universidade Federal do Rio de Janeiro** e a **Universidade de São Paulo**, tiveram essa importância significativa no cenário, nos séculos XIX e XX, do ensino superior brasileiro. Ainda mais quando essas instituições foram as primeiras a ensinar *Cálculo Avançado* em seus cursos com objetivo de formar profissionais qualificados para servir ao poder colonialista e, posteriormente, republicano nesses dois períodos. É o que é explicado a seguir.

2.1.1 Ensino de Cálculo na Universidade Federal do Rio de Janeiro

A breve retrospectiva começa a partir da chegada da família Real Portuguesa, em 1808, séc. XIX, quando, na fuga de Portugal, a família decidiu se instalar definitivamente no Brasil, mais especificamente na colônia do Rio de Janeiro. Com habitantes tão ilustres, o país teria que se adaptar aos recém-chegados ‘novos moradores’. De acordo com Saviani (2010) e Lima (2012) amparado em Schwartzman (1979), com a necessidade de ter uma defesa militar na colônia do Rio de Janeiro, a Coroa Real Portuguesa se obrigou a adotar prioridades relacionadas a esse ponto e uma delas estava ligada à profissionalização de pessoas para servi-la, pois o Brasil era dotado de uma debilidade militar na defesa de suas fronteiras e em outros setores da sociedade.

Através de um documento datado de 4 de dezembro do ano 1810, o príncipe regente Dom João VI criou a **Academia Real Militar**¹ naquela colônia com o intuito de treinar e formar oficiais de Artilharia, Engenheiros, Geógrafos e Topográficos (SCHWARTZMAN, 1979).

Observa-se que o currículo adotado na Academia Real Militar, para treinar e formar esses oficiais, era composto de diversas áreas do conhecimento, inclusive o matemático.

¹Além da Academia Real Militar, criada em 1810, dois anos antes – no mesmo ano da vinda da família real portuguesa – o príncipe Dom João VI criou, no Rio de Janeiro, no Mosteiro de São Bento, a Academia Real de Marinha, considerada a primeira instituição técnica do Brasil (SCHWARTZMAN, 1979).

O professor do Primeiro Ano ensinava aritmética, álgebra (até as equações de terceiro e quarto grau), geometria, trigonometria linear e elementos da trigonometria esférica; o professor do segundo ano ensinava álgebra avançada, geometria analítica, **cálculo diferencial e integral**; o professor do terceiro ano ensinava mecânica (estática e dinâmica), hidrostática e hidrodinâmica; e no quarto ano havia um professor de trigonometria esférica, ótica, astronomia e geodésia (CASTRO, 1955 apud SCHWARTZMAN, 1979, p. 13). (**Grifo nosso**)

O ensino de Cálculo era então visto por seus alunos somente no segundo ano de um curso dado na Academia Militar que tinha duração de sete anos. Segundo Schwartzman (1979), os conteúdos eram transmitidos de forma rígida e mecânica, pois o que importava era a aquisição de conhecimento, deixando claro que não havia espaço para dúvidas ou experimentações.

De acordo com Lima (2012), a Academia Militar, nos primeiros trinta e dois anos, só foi frequentada por militares. Esse panorama mudou em 1833 com a permissão para cidadãos 'leigos' de frequentar aulas e fazer cursos nessa instituição. Ainda segundo o autor, a Academia Militar mudou de nome no decorrer dos tempos. Em 1839, ela passou a se chamar "Escola Militar", enquanto em 1855 uma repartição dessa escola foi criada e chamada de "Escola de Aplicação".

Em 1858, houve uma nova alteração e a instituição deixou a ser chamada de "Escola Militar" para ser chamada de "Escola Central". Já a "Escola de Aplicação" passou a ser chamada de "Escola Militar e de Aplicação".

Em 25 de abril de 1874, através de um decreto imperial, a Escola Central foi transformada na **Escola Politécnica do Rio de Janeiro**. O currículo de ensino de matemática adotado antes desse período sofreu algumas alterações.

Nele, havia dois cursos: o '*Curso de Sciencias Physicas e Mathematicas*' e '*Curso de Sciencias Physicas e Naturaes*', o qual naquele se visualizava a presença do Cálculo Diferencial e Integral, como visto na ementa dos conteúdos abordados em cada ano a seguir:

1º ano: Álgebra, Trigonometria Plana, Geometria Analítica, Física Experimental, Meteorologia, Desenho Linear, Topográfico e de Paisagem;
2º ano: Geometria Descritiva, **Cálculo Infinitesimal**, Cálculo das Probabilidades, das Variações e Diferenças Finitas, Química, Desenho Descritivo e Topográfico;
3º ano: Mecânica Racional e Aplicada às Máquinas em Geral, Máquinas a Vapor e suas Aplicações, Mineralogia, Geologia e Desenho de Máquinas;
4º ano: Trigonometria Esférica, Ótica, Astronomia, Geodésia, Botânica, Zoologia e Desenho Geográfico. (LIMA, 2012, p. 75-76). (**Grifo nosso**)

É importante saber que, de 1810 a 1875, o Rio de Janeiro era a única colônia que sediava o ensino superior de Matemática no Brasil. Isso lhe deu o título de “pioneiro no ensino de Matemática em nível superior” (LIMA, 2012, p. 76) nessa época.

Foram expostos até aqui recortes da história do ensino de superior e de Cálculo no Brasil Colônia. Adentrando a era republicana, pode-se falar sobre os avanços do ensino superior no que diz respeito à criação de universidades, marco importante na história educacional brasileira.

No ano de 1920, em 7 de setembro, no governo de Epitácio Pessoa, foi instituída, através do decreto de nº 14.343, a Universidade do Rio de Janeiro (URJ) como sendo a reunião das diversas escolas existentes na época, como a Escola Politécnica; a Faculdade de Medicina; e a Faculdade de Direito, todas as três criadas ainda no império e que, de certa forma, seguiam o modelo de cada unidade agregada (BRASIL, 1920).

Já em 5 de julho de 1937, no governo de Getúlio Vargas, foi criada a Universidade do Brasil (UBr), através da **lei nº 452, de 5 de julho de 1937**, que dava continuidade à Universidade do Rio de Janeiro² criada na década de vinte (BRASIL, 1937).

Sabe-se que a UBr era uma reunião de escolas superiores existentes na cidade naquela época, e no *caput* do 2º artigo do Capítulo I, sobre as finalidades da UBr, enfatiza-se “o desenvolvimento da cultura, filosófica, científica, literária e artística” (BRASIL, 1937), mas, na prática, havia uma certa prioridade para a formação técnica de profissionais para os diversos ramos da sociedade brasileira.

Para a formação desses profissionais, foram criados e incorporados setores de ensino em diversas áreas na UBr, como a Faculdade Nacional de Filosofia, Ciências e Letras; a Faculdade Nacional de Educação; Escola Nacional de Engenharia; Escola Nacional de Minas e Metalurgia; Escola Nacional de Química; Faculdade Nacional de Medicina; Faculdade Nacional de Odontologia; Faculdade Nacional de Farmácia; Faculdade Nacional de Direito; Faculdade Nacional de Política e Economia; Escola Nacional de Agronomia; Escola Nacional de Veterinária; Escola Nacional de Arquitetura; Escola Nacional de Belas Artes; Escola Nacional de Música (ver a lei citada no trecho anterior).

²Para um marco histórico lógico e conciso, essa não foi a primeira universidade do país e sim a Universidade de São Paulo que foi conhecida assim por, justamente, ter um caráter de universalidade e cientificidade que se esperava ter para a construção e solidificação de uma universidade. O que não ocorria com a Universidade do Rio de Janeiro, pois, sua função estava mais voltada para formação de profissionais técnicos em diversos setores da sociedade do país.

Através do decreto-lei nº **1.190 de 4 de abril de 1939**, foi instituída na UBr a Faculdade Nacional de Filosofia (FNFfi), a qual era constituída dos seguintes cursos: Matemática, Física, Química, História Natural, Ciências Sociais, Letras Clássicas, Letras Neolatinas, Letras Anglo Germânicas, Filosofia e Pedagogia (BRASIL, 1939).

O curso de Matemática era um setor da FNFfi que foi dividido em três anos com disciplinas que conferiam o caráter formativo do profissional dessa área, o bacharel em Matemática. Observa-se que essa foi a primeira vez que o Governo Brasileiro investiu na formação de bacharéis em Matemática, criando-se um curso próprio para esse fim, e não como um curso incorporado na formação de um profissional de engenharia como acontecia anteriormente.

A distribuição das disciplinas para o curso de Bacharelado em Matemática foi realizada da seguinte forma:

- **Primeiro ano:** Análise matemática; Geometria analítica e projetiva; Física geral e experimental.
- **Segundo ano:** Análise matemática; Geometria descritiva e complementos de geometria; Mecânica racional; Física geral e experimental.
- **Terceiro ano:** Análise superior; Geometria superior; Física matemática; Mecânica celeste.

Nota-se que a presença do Cálculo Diferencial e Integral se encontrava nos dois primeiros anos na disciplina de “Análise Matemática”, na qual se trabalhava os mesmos conceitos de Cálculo, mas no nível de rigor algébrico avançado.

A influência da FNFfi foi, significativamente, importante para o desenvolvimento de outras universidades brasileiras. A título de exemplo, isso pode ser verificado no atual Projeto Pedagógico do curso de bacharelado em Matemática da Universidade Federal do Ceará (UFC), o qual menciona que esse curso foi criado segundo o modelo da FNFfi criado naquela época (BRASIL, 1961).

Para finalizar o percurso histórico dessa instituição que foi de importância para o ensino superior brasileiro, em específico para a difusão do ensino de Cálculo, em 20 de agosto de 1965, no governo de Castelo Branco, a UBr passou a se chamar Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), através da lei nº 4.759, mantendo as mesmas unidades de ensino (BRASIL, 1965).

Atualmente, o curso de Matemática da UFRJ é realizado em quatro anos, dividido em oito períodos. O curso oferece disciplinas obrigatórias e optativas. Entre as obrigatórias, está o Cálculo Diferencial e Integral dividido, didaticamente, em três níveis.

A matriz curricular³ desse curso atende à necessidade de formar um matemático para uma das três subáreas que necessitam da Matemática Avançada: Matemática Pura; Matemática Computacional; e Matemática Estatística.

Até aqui, aludiu-se sobre fatos históricos relacionados à UFRJ, analisando-se, sempre que possível, o tratamento que era dado ao ensino de Cálculo nessa instituição de ensino superior. Em outras regiões do país, foram criadas outras escolas de formação em nível superior. Inclusive em São Paulo, no final do séc. XIX, foi fundada outra instituição de relativa importância para a disseminação e cultura do ensino de Cálculo, que também tinha como um dos setores, que lhe foi agregado, a Escola Politécnica. Isso será exposto a seguir.

2.1.2 Ensino de Cálculo na Universidade de São Paulo

Para se falar da história da Universidade de São Paulo (USP) deve-se, primeiramente, dar um parêntese na história da criação da **Escola Politécnica de São Paulo**, o qual foi criada através da lei nº 191 de 24 de agosto de 1893, ainda no império, sob a direção de Antônio Francisco de Paula Souza, na função de diretor; e de Luiz Anhaia Mello, como vice-diretor. Os primeiros cursos dessa Escola foram criados para formar profissionais nas áreas de Engenharia Civil, Industrial e Agrícola, além de haver um curso de Artes Mecânicas (BRASIL, 1893).

Segundo o Capítulo I dessa lei, as engenharias civil e industrial tinham duração de cinco anos cada uma e a presença do ensino de Cálculo se dava nos dois primeiros anos para a Engenharia Civil e somente no primeiro ano para a Engenharia Industrial.

Já no início do século XX, movimentos pela reforma universitária eclodiram em na capital de São Paulo. De acordo com Lima (2012), um movimento chamado “Campanha pela Universidade”, constituído por intelectuais brasileiros daquela época, lutou pela reforma universitária, luta essa que culminou na criação da primeira universidade do Brasil.

³Para mais detalhes, acessar: <https://si3.ufc.br/sigaa/public/curso/curriculo.jsf>

Foi no governo de Getúlio Vargas que foi criada a USP, através do Decreto N° 6.283, de 25 de janeiro de 1934, a primeira em caráter de universalidade e cientificidade para formação acadêmica universitária de um cidadão brasileiro (BRASIL, 1934).

A Escola Politécnica de São Paulo foi uma unidade o qual foi agregada a USP, mas, além dessa, a USP contava com as seguintes unidades em funcionamento: Faculdade de Direito; Faculdade de Medicina; Faculdade de Farmácia e Odontologia; Instituto de Educação; Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras; Instituto de Ciências Econômicas e Comerciais; Escola de Medicina Veterinária; Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”; Escola de Belas Artes. Foi justamente na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) da universidade que o curso de Matemática foi instituído.

A FFCL era uma unidade de ensino dividida em três seções: Filosofia, Ciências e Letras. A seção de Ciências era subdividida em Ciências Matemáticas, Ciências Físicas, Ciências Químicas, Ciências Naturais, Geografia e História, Ciências Sociais e Políticas. A unidade de Ciências Matemáticas tinha como disciplinas Geometria; História das Matemáticas; Análise matemática; Cálculo Vetorial e Elementos da Geometria Infinitesimal; Mecânica Racional e Elementos de Mecânica Celeste (BRASIL, 1934).

Atualmente, o curso de Matemática da USP é realizado em quatro anos e é dividido em oito semestres. Assim como no curso dado no UFRJ, a USP oferece disciplinas obrigatórias e optativas. Como poderia se esperar, entre as obrigatórias, tem-se a presença do Cálculo Diferencial e Integral, também dividido didaticamente em quatro níveis de ensino.

A matriz curricular⁴ desse curso atende à necessidade de formar um matemático puro. Diferentemente da UFRJ, onde o aluno deve escolher no decorrer do curso qual área seguir, na USP o curso de Matemática e suas áreas afins é separado logo no início, cabendo ao candidato escolher o curso na seleção de admissão.

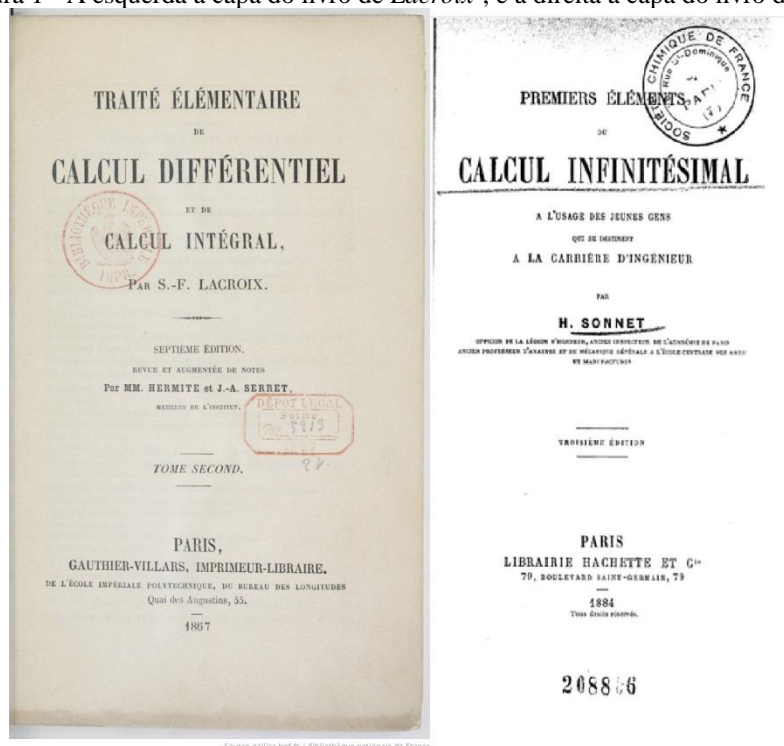
A presença da disciplina de Cálculo nos cursos para se formar desde os engenheiros (no império) aos matemáticos puros e aplicados (na república), verificou-se qual tipo de livro-texto era utilizado como base para o ensino de Cálculo. Deste modo, a seguir, apresentam-se alguns livros-textos utilizados e se compara as abordagens dos conceitos advindos do Cálculo.

⁴Para mais detalhes, acessar:
<https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/listarGradeCurricular?codcg=45&codcur=45031&codhab=1&tipo=N>

3 ANÁLISES DE AMOSTRAS DE LIVROS-TEXTOS DE CÁLCULO ADOTADOS NAS INSTITUIÇÕES DE ENSINO SUPERIOR BRASILEIRA

O uso dos livros-textos para ensinar Cálculo Avançado aos alunos de ensino superior tem sua tradição respaldada nas grandes obras matemáticas europeias. Pode-se observar que esses livros-textos utilizados nas instituições de ensino superior, tanto da **Academia Real Militar do Rio de Janeiro** como da **Escola Politécnica de São Paulo**, no período entre 1808 e 1932, eram grandes compêndios de ideias matemáticas desenvolvidas até aquela época por matemáticos europeus.

Figura 1 - À esquerda a capa do livro de *Lacroix*⁵; e à direita a capa do livro de *Sonnet*⁶



Fontes: Lacroix (1897) e Sonnet (1884).

Pesquisas como de Oliveira (2006), Ziccardi (2009) e Lima (2012) recordam que, entre as influências europeias, no que diz respeito aos livros utilizados pela Academia Real Militar do Rio de Janeiro, um dos livros de Cálculo Diferencial e Integral adotado foi uma tradução de uma obra francesa que se chamava *Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et de Calcul Intégral*⁷, de um matemático francês chamado *Sylvestre François Lacroix*. Observa-se na Figura 1 (à esquerda) a representação da capa desse livro.

⁵foi extraída do site: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6292302n>

⁶foi extraído do site: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k91919z>

⁷Segundo Lima (2012), a tradução desse livro foi realizada por um professor da Academia Militar chamado de Francisco Cordeiro da Silva Torres Alvin. Este livro foi, também, conhecido por “Pequeno Lacroix”, o

Segundo Lima (2012), a tradução desse livro não era didática e sim uma reprodução fiel do livro original. Esse livro estava mais para um compêndio de ideias matemáticas desenvolvidas naquela época pelos matemáticos europeus do que o ensino de Cálculo para os alunos de ensino superior.

O objetivo principal desse livro era apresentar as principais ideias relativas ao Cálculo. Ele estava dividido em duas grandes áreas: o cálculo diferencial e o integral. Esse livro tanto não abordava as noções intuitivas dos conceitos relativos às duas áreas, como não explicava o significado das notações adotadas por ele.

No entanto, entre as obras adotadas pela Escola Politécnica de São Paulo, o livro chamado *Premiers Éléments du Calcul Infinitesimal* (ver Figura 1, à direita), do matemático europeu *Hyppolite Sonnet*, foi uns dos livros adotados nessa instituição. O principal embasamento dele se dava nas ideias desenvolvidas naquela época por dois matemáticos ilustres: *Isaac Newton* e *Gottfried Leibniz* (LIMA, 2012). As principais ideias desenvolvidas por *Newton* e *Leibniz* foram reproduzidas no livro de *Sonnet* e logo depois foram utilizadas nos cursos da Politécnica de São Paulo. Elas se pautavam na ênfase dada aos infinitésimos e à noção intuitiva de limite.

No Quadro 1, podem-se verificar as principais diferenças entre os livros adotados nessas duas principais instituições no período de 1808 a 1932. As abordagens realizadas sobre os conceitos de Função, Limites, Derivadas e Integrais tem suas particularidades apresentadas pelos autores de cada livro.

Quadro 1 - Comparação entre livros-textos adotados ou traduzidos e as abordagens dos conceitos de Cálculo nas duas principais instituições de ensino superior do Brasil entre 1808 a 1932.

	Academia Real Militar do Rio de Janeiro	Escola Politécnica de São Paulo
Livro-texto adotado ou traduzido	A tradução do livro de François Lacroix: “ <i>Traité Elémentaire de Calcul Différentiel et de Calcul Intégral</i> ”.	Livro adotado foi do matemático Hyppolite Sonnet: “ <i>Premiers Éléments du Calcul Infinitesimal</i> ”.
Abordagem no conceito de Funções	Não há uma apresentação definida de função.	A função é vista como uma expressão analítica.
Abordagem no conceito de Limites	Não há uma definição do conceito de limites. Somente uma citação na abordagem do conteúdo de derivadas.	Somente uma definição retórica na abordagem desse conceito. Abordava, intuitivamente, o conceito de limites através da ideia de infinitésimos.
	Aqui há regras e procedimentos de manipulação algorítmica de derivadas.	A derivada não é uma ideia muito explorada, sendo mais bem compreendida através de definições e ideias. Há a apresentação teórica dos

primeiro livro-texto de Cálculo Diferencial e Integral traduzido para o Português aqui no Brasil. Sabe-se que o Pequeno Lacroix é uma versão simplificada de outra obra de Lacroix, o “*Traité du Calcul Différentiel et du Calcul Intégral*”, conhecido por “Grande Lacroix”.

<i>Abordagem no conceito de Derivadas</i>		conceitos relativos à derivação pautada nos dois métodos desenvolvidos até aquela época: Leibniz e Newton.
<i>Abordagem no conceito de Integrais</i>	Igualmente à derivada, só há uma apresentação de técnicas algorítmicas para se resolver integrais. Enfatiza-se que havia uma explicação de que derivada e integral são operações inversas uma da outra.	Traz uma abordagem diferenciada, pois o conceito de integral foi introduzido e desenvolvido através de estudos de áreas de figuras geométricas. Há, também, a predominância da informação de que derivada e integral são operações inversas.

Fontes: Oliveira (2006), Ziccardi (2009) e Lima (2012).

Observa-se que, enquanto no livro de *Lacroix* não há uma definição de função - que é base para os outros conceitos de Cálculo -, em *Sonnet* se faz uma abordagem analítica desse conceito (isso também ocorre para o conceito de Limites). Para o conceito de Derivada, em *Lacroix*, há somente presença de manipulações algorítmicas, atendo-se apenas aos cálculos aritméticos. Enquanto isso, *Sonnet* fazia uma abordagem em cima desse conceito na perspectiva de *Leibniz* e *Newton*. Já o conceito de Integral desenvolvida na obra de *Lacroix*, assim como o conceito de derivada, era abordado de forma mecânica com repetições de regras e procedimentos algoritmos.

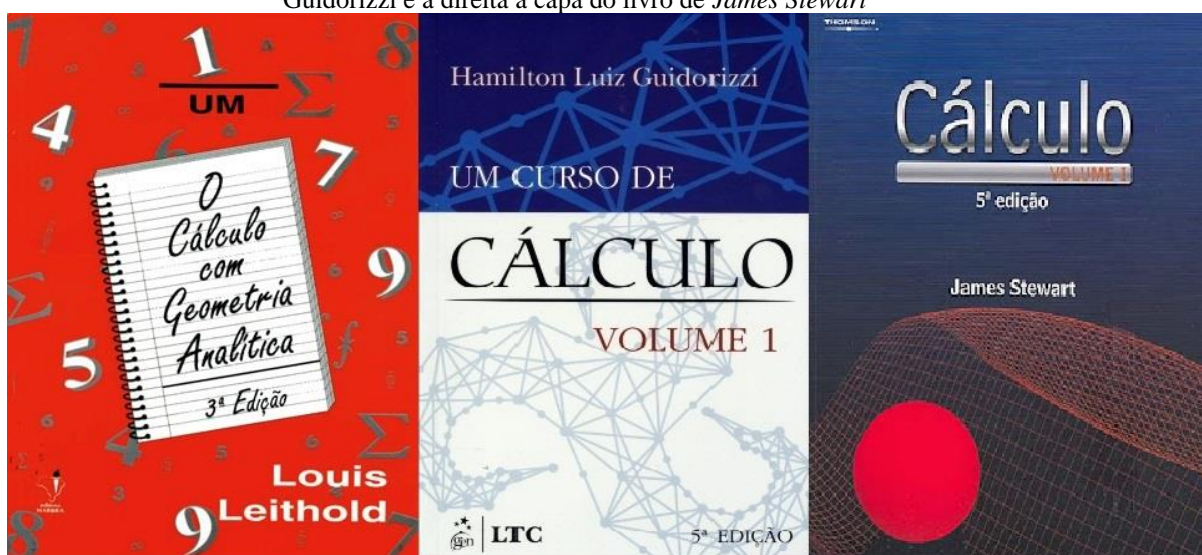
Na obra de *Sonnet*, ainda para o conceito de integral, abordava-se o assunto de áreas de figuras geométricas aos quais se desenvolveria esse conceito. De acordo com Oliveira (2006), uma característica que predominou na obra de *Sonnet* foi que “(...) Os objetivos de *Sonnet*, manifestados em seu prefácio, não são teóricos, o que reduz sua obra aos exercícios mecânicos e às aplicações imediatas. Não há espaço para a criatividade” (OLIVEIRA, 2006, p. 68).

Vale ressaltar, porém, que as grades curriculares do ensino de Cálculo nessas duas instituições, tanto da Academia Real Militar do Rio de Janeiro como da Escola Politécnica de São Paulo, tinham como principal objetivo formar profissionais da área militar e das engenharias. Esses profissionais, ao final de sua formação, tinham que estar aptos a utilizar as habilidades adquiridas no curso e aplicar no seu cotidiano às ‘ferramentas’ que aprenderam com a Matemática de nível superior.

Os conceitos apresentados pela Matemática desse nível de ensino não trabalhavam o lado prático do conteúdo. Daí se pode ver que a obra de *Sonnet* foi adotada pela Politécnica de São Paulo para atender às “aplicações imediatas” do estudo, uma vez que esse conteúdo era, basicamente, a transmissão de regras de processo algoritmos de derivação e integração.

A tradição de usar livros europeus foi sendo superada no decorrer do tempo pelas universidades. Na busca de obter informações sobre outros livros-textos de Cálculo usados em diferentes épocas por essas instituições de ensino superior, apresenta-se a seguir quais obras e autores estão sendo usadas desde anos de 1970⁸ aos dias atuais. Na pesquisa bibliográfica dessas obras, verificou-se que há presença de outros livros-textos de Cálculo de origem norte-americana e, também, de origem brasileira utilizados nessas mesmas universidades estudadas nesse capítulo. É o caso dos três livros apresentados na Figura 2 dos autores *Louis Leithold*; *Hamilton Guidorizzi*; e *James Stewart*.

Figura 2 - À esquerda a capa do livro de *Louis Leithold*, no centro a capa do livro de *Hamilton Guidorizzi* e à direita a capa do livro de *James Stewart*



Fontes: As imagens das capas foram extraídas de Leithold (1994)⁹; Guidorizzi (1997)¹⁰; e Stewart (2006)¹¹.

Atualmente, essas duas instituições de ensino superior são conhecidas, respectivamente, por UFRJ e a USP. Em suas grades curriculares dos cursos de Matemática, pode-se notar a presença dos livros-textos de Cálculo desses três autores citados (os quais se pôde ver uma reprodução das capas desses livros na Figura 2). Tanto a UFRJ como a USP utilizam no curso de Matemática (bacharelado e licenciatura) esses

⁸A base para citação desse ano foi apoiada de acordo com os anos de produção das obras que surgiram nessa época sobre o estudo de Cálculo, utilizando-se da data de primeira edição de cada livro.

⁹Foi extraída do site: <http://harbra.com.br/images/produtos/OCalculocomGeometriaAnalitica-3-aedicao-Volume1-4367.jpg>

¹⁰Foi extraído do site: <https://ldp.admdistribuidora.com.br/images/8521612591Peq.jpg>

¹¹Foi extraída do site: http://mayraclara.mat.br/mat_did/calculo1/james_stewart1.pdf

três livros em sua bibliografia básica¹². No Quadro 2, observam-se as comparações das abordagens dos conceitos de Função, Limite, Derivadas e Integrais que são tratados em cada livro e que são explicitadas por seus autores nos seus prefácios.

Quadro 2 - Comparação entre livros-textos adotados ou traduzidos atualmente por diversas instituições de ensino superior entre 1970 aos dias de hoje

	“O Cálculo com Geometria Analítica” Louis Leithold	“Um curso de Cálculo” Hamilton Guidorizzi	“Cálculo” James Stewart
Abordagem no conceito de Funções	Faz uma breve revisão sobre o assunto de tópicos da Geometria Analítica. Também revisa e discute o conceito de função enfatizando suas operações e propriedades. Explora os vários tipos de funções trigonométricas.	De forma sucinta, o livro traz uma abordagem teórica de funções e suas especificações com uma abordagem mais algébrica do que geométrica.	Há presença de estudo dos vários tipos de funções com abordagem verbal, numérica, visual e algébrica.
Abordagem no conceito de Limites	Faz tanto uma introdução intuitiva da noção de limite, assim como uma boa exploração desse conceito nas formas algébrica, aritmética e geométrica. Há presença de várias propriedades e exemplos.	O conceito de limite é introduzido através de exemplos depois que se tem uma explicação intuitiva de continuidade. Há apresentação resumida de regras (propriedades) que envolvem limites de funções.	O conceito de limite de uma função é tratado de forma que o leitor tenha uma visão das ideias de tangente e velocidade através do ponto de vista descrito, gráfico, numérico e algébrico.
Abordagem no conceito de Derivadas	A derivada é apresentada e introduzida através da interpretação geométrica da reta tangente a uma curva para logo ser definida formalmente. Há presença de conceitos da Física para aplicações da derivada. Há, ainda, os vários tipos de derivadas de funções especiais: trigonométricas, logarítmicas, exponenciais, entre outros. A construção de gráficos, usando-se o conceito de derivada, que é bem explorada através dos exemplos.	O conceito de derivada é apresentado de uma interpretação geométrica para logo depois ser realizada uma definição formal. Há apresentação de derivadas de vários tipos de funções.	A derivada é tratada sob um aparato gráfico e numérico com exploração das regras de diferenciação e suas aplicações em diversas áreas. O estudo do conceito de derivada nesse livro é enfatizado no tratamento gráfico das funções que são diferenciáveis.

¹² Isso pode ser verificado na grade curricular do curso de Matemática da UFRJ, no qual se encontra a ementa, o conteúdo programático e essa bibliográfica recomendada. Acessar *site*:

<http://www.im.ufrj.br/bacharelado/>

Ementa da disciplina do bacharelado e m Matemática da USP pode ser visto no site

<https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/obterDisciplina?sglDis=MAT0111&codcur=45031&codhab=1>

Ementa da disciplina da licenciatura em Matemática da USP pode ser vista no *site*

<https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/obterDisciplina?sglDis=MAT1351&codcur=45024&codhab=1>

<p>Abordagem no conceito de Integrais</p>	<p>Introduz o conceito de integral se utilizando do termo “antidiferenciação” em vez de “integral indefinida”. Explora, intuitivamente, a noção de integral, definida como sendo o limite das somas. Utiliza-se de procedimentos numéricos para adequação em calculadoras e computadores. Apresentam-se as técnicas de integração e exemplos.</p>	<p>Há uma apresentação do conceito de primitivas para logo depois se definir uma integral formalmente. Há apresentação de algumas propriedades e alguns procedimentos sobre técnicas de integração.</p>	<p>Desenvolve-se o conceito de integral através das ideias de áreas e distâncias, com uso de notação somatória. A integral é explicada em vários contextos, principalmente com o uso de valores tabulados em gráficos e tabelas. A exploração desse conceito se dá através das técnicas de integração e aplicações da integral.</p>
--	---	---	---

Fontes: Leithold (1994), Guidorizzi (1997) e Stewart (2006).

Vale ressaltar aqui que o objetivo em cada livro-texto é diferente, pois, no prefácio, cada autor abordou esses conceitos com base no que eles acreditavam ser importantes. A começar pelo Leithold (1994) que falava que as explicações seriam feitas “passo-a-passo”, com inúmeros exemplos para o estudante tomar como modelo. Ele explica que a presença de demonstrações em quase todos os teoremas é importante para que haja a maturidade intelectual do aluno. A produção desse livro foi realizada com o objetivo de ser uma base para futuros matemáticos assim como para engenheiros.

Já Guidorizzi (1997) explicava que o livro tinha sido desenvolvido para alunos da Politécnica e Instituto de Matemática da USP e, também, para os alunos do Instituto de Engenharia Paulista. O mesmo autor ainda enfatizava que os conceitos e teoremas eram quase todos apresentados por uma motivação geométrica e física, e que as demonstrações dos teoremas de alguns conceitos não seriam todos apresentados e se encontrariam no final do livro.

O livro do Stewart (2006) relata em seu prefácio a importância de se focalizar a compreensão formal dos conceitos através de exploração algébrica, geométrica e aritmética. Ainda tenta dar sentido aos conceitos explorados através de sua aplicação prática, o que foi um diferencial em comparação com os dois outros livros.

4 CONCLUSÕES

Este artigo tinha um questionamento bem sobre saber, historicamente, como o ensino de Cálculo era abordado no ensino superior brasileiro através de seus livros-textos. E na tentativa de responder, o objetivo de investigação foi alcançado, quando foi realizado uma descrição da evolução histórica do ensino de Cálculo através de extratos históricos

em que se adotavam livros-textos estrangeiros, muitas vezes sem a devida tradução para a língua nacional; e depois foi realizado uma análise e comparação de livros-textos desta área do conhecimento que as universidades costumam usar.

Como dito anteriormente, o livro-texto é um elemento essencial e importante na construção do conhecimento matemático e a preocupação quanto ao tratamento didático é de fundamental importância para sua produção.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Lei nº 191, de 24 de agosto de 1893**. Aprova o regulamento que organiza a Escola Polytechnica de São Paulo. Disponível em: <http://www.al.sp.gov.br/repositorio/legislacao/lei/1893/lei-191-24.08.1893.html>. Acesso em: 8 de abr. de 2014.

_____. **Decreto nº 14.343, de 7 de setembro de 1920**. Institui a Universidade do Rio de Janeiro. Disponível em: <http://www.sibi.ufrj.br/Projeto/decreto.html>. Acesso em: 15 de mar. de 2014.

_____. **Lei nº 6.283, de 25 de janeiro de 1934**. Cria a Universidade de São Paulo e dá outras providências. Disponível em: <http://www.al.sp.gov.br/repositorio/legislacao/decreto/1934/decreto-6283-25.01.1934.html>. Acesso em: 10 de abr. de 2014.

_____. **Lei nº 452, de 5 de julho de 1937**. Organiza a Universidade do Brasil. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/CCIVIL_03/LEIS/1930-1949/L0452.htm#art4. Acesso em: 20 de mar. de 2014.

_____. **Decreto-lei nº 1.190, de 4 de abril de 1939**. Dá organização à Faculdade Nacional de Filosofia. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/CCIVIL_03/Decreto-Lei/1937-1946/Del1190.htm#art1. Acesso em: 20 de mar. de 2014.

_____. **Lei nº 3.866, de 25 de janeiro de 1961**. Cria a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade do Ceará, e dá outras providências. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/1950-1969/13866.htm. Acesso em: 25 de mar. de 2014.

_____. **Lei nº 4.759, de 20 de agosto de 1965**. Dispõe sobre a denominação e qualificação das Universidades e Escolas Técnicas Federais. Disponível em: <http://legis.senado.gov.br/legislacao/ListaTextoIntegral.action?id=90363&norma=115901>. Acesso em: 20 de mar. de 2014.

COSTA NETO, Antonio Dantas. O ensino de cálculo 1 na universidade: entender e intervir. **Brazilian Journal of Development**, v. 08, n. 7, p. 52638-52639, 2022. Disponível em: <https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/50489/pdf>. Acesso em: 22 jul. 2022

GUIDORRIZI, Hamilton Luiz. **Um curso de Cálculo**. São Paulo: editora LTC, 1986. v.1.

HAUENSTEIN, Débora Marília; PORTO, Guilherme. Cálculo no ensino médio: histórico e perspectivas. **Brazilian Journal of Development**, v. 08, n. 4, p. 26658-26667, 2022. Disponível em: <https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/46503/pdf>. Acesso em: 22 jul. 2022.

LACROIX, Sylvestre François. **Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et de Calcul Intégral**. Paris: Polytechnique, 1867. Disponível em: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6292302n>. Acesso em: 28 de fev. de 2014.

LEITHOLD, Louis. **O cálculo com geometria analítica**. Tradução Cyro de Carvalho Patarra. São Paulo: Harbra, 1994. v. 1.

LIMA, Gabriel Loureiro. **A disciplina de cálculo I do curso de matemática da universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994**. 2012. Tese (Doutorado Acadêmico em Educação Matemática) – Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

MOREIRA, Marília Maia. **Análise da visão do professor-tutor sobre a adequabilidade do material didático de matemática à luz da sequência FEDATHI: o caso da licenciatura em matemática do IFCE**. 2014. 146f. – Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Fortaleza (CE), 2014. Disponível em: <https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/11352>

OLIVEIRA, Antônio Sylvio Vieira de. **O Ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica de São Paulo, no ano de 1904: uma análise documental**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

SAVIANI, Demerval. **História das ideias pedagógicas no Brasil**. Campinas: Autores Associados, 2010.

STEWART, James. **Cálculo**. Tradução Antonio Carlos Moretti e Antonio Carlos Gilli Martins. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006.

SONNET, Hyppolite. **Premiers Éléments du Calcul Infinitesimal**. Paris: Boulevard Saint-Germain, 1884. Disponível em: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k91919z>. Acesso em: 30 de mar. de 2014.

ZICCARDI, L. R. N. **O curso de matemática da pontifícia universidade católica de São Paulo: uma história de sua construção/desenvolvimento/legitimação**. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.